

استاد : حبیب هاشمی

همکلاسی

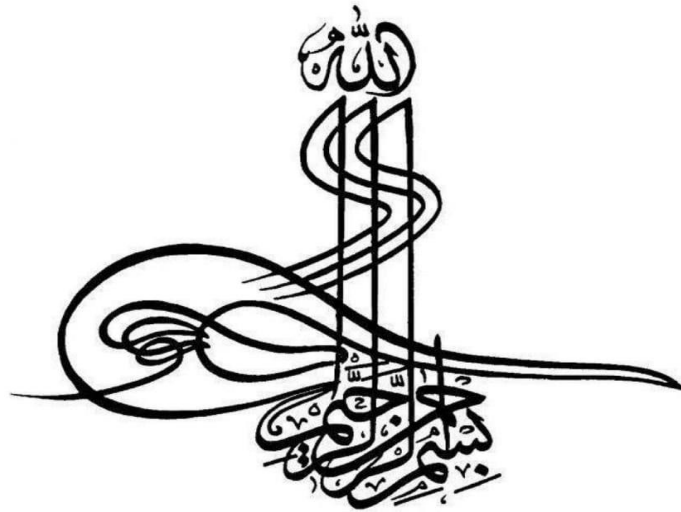
Hamkelasi.ir

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی



@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تابع

فصل دوم حسابان پایه یازدهم رشته ریاضی فیزیک

طبقه بندی سوالات به صورت موضوعی 

پاسخ کاملا تشریحی 

تمرین هایی برای آمادگی 

مؤلف:

حبیب هاشمی

۱۳۹۶

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه پیام دهید. @habib_hashemi با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

جهت تهیه ی جزوه کامل تابع (فصل دوم حسابان) با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

تدریس خصوصی و مبحثی ریاضیات

متوسطه

و

تضمینی کنکور

تهران و کرج

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مقدمه

- جزوه حاضر که براساس مطالب مبحث « تابع » نگارش شده است، دارای ویژگی های زیر است:
- ۱- باز کردن مفاهیمی که در کتاب درسی به علت محدودیت حجم، به آن کمتر پرداخته شده است.
 - ۲- مطالب به صورت ساده و روان و به زبان دانش آموز ارائه شده است.
 - ۳- مطالب و نکات، به گونه ایی است که خلأ بین مطالب ارائه شده در کتب درسی و سؤالات مطرح شده در کنکورهای سراسری را پر کند.
 - ۴- در این کتاب با نگاهی عمیق تر و جامع تر از کتاب درسی، به مطالب پرداخته شده و به همین منظور از مثالها و مسائل حل شده متنوعی بهره گرفته ایم.
 - ۵- ایجاد تعادل نسبی بین مهارت های محاسبات صوری و درک مفهومی.
 - ۶- استفاده از مسائل باز پاسخ.
 - ۷- توجه به دانش قبلی دانش آموزان.
 - ۸- ایجاد اتصال و ارتباط بین جنبه های متفاوت یک مفهوم و نیز بین یک مفهوم و دیگر مفاهیم کتاب.
- در پایان امیدواریم که مطالعه ی دقیق این کتاب و بهره گیری از رهنمودهای دبیران فرهیخته و گران قدر بتواند موفقیت تحصیلی شما خوبان را تضمین و تثبیت نماید. ارائه ی نظرات شما دانش پژوهان، دبیران فرهیخته و گران قدر، موجب سپاس و امتنان است.

حبیب هاشمی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

درس ۱ : یاد آوری و آشنایی بیشتر با تابع

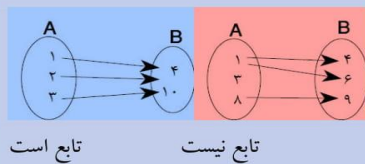
نمایش های گوناگون یک تابع

(۱) تابع از دید نمودار پیکانی (۲) تابع از نظر زوج مرتب (۳) تابع از دید نمودار مختصاتی (۴) تابع از دید ضابطه:

(۱) تابع از دید نمودار پیکانی

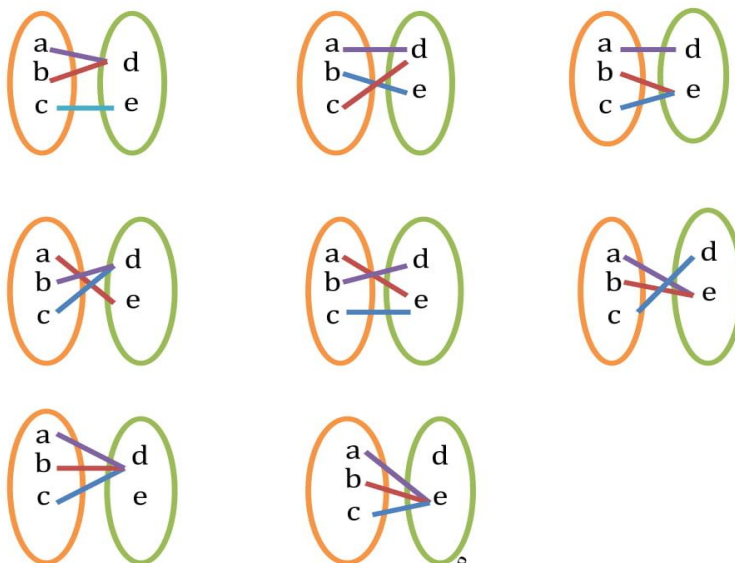
تشخیص تابع از دید نمودار پیکانی: :

در یک نمودار پیکانی تابع از هر کدام از عضوهای مجموعه اول فقط یک فلش خارج شود (نه یک فلش کمتر و نه یک فلش بیشتر)



مثال: همه تابع های از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به مجموعه $B = \{d, e\}$ را بنویسید (از نمودار پیکانی کمک

بگیرید)

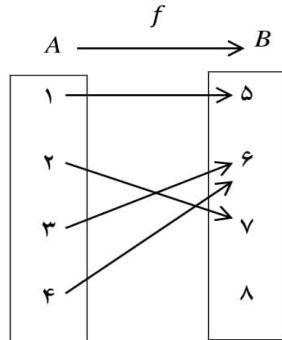


@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مقدار تابع از دید نمودار یکانی:



$$f(1) = 5$$

$$f(2) = 7$$

$$f(3) = 6$$

$$f(4) = 6$$

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

۲) تابع از دید زوج مرتبی

تشخیص تابع از روی زوج مرتب:

یک تابع f از مجموعه A به مجموعه B را می توانیم با مجموعه ای از زوج مرتب ها نشان بدهیم که مؤلفه اول هر زوج مرتب عضوی از A و مؤلفه ی دوم هر زوج عضوی از B باشد این زوج مرتب ها باید دو ویژگی داشته باشد

(۱) برای هر $x \in A$ زوج مرتبی با مؤلفه اول x در f وجود داشته باشد (یعنی از مجموعه اول حتماً فلشی خارج شود)

(۲) در f هیچ دو زوج مرتبی متمایزی با مؤلفه اول یکسان وجود نداشته باشد (یعنی از مجموعه اول فقط یک فلش خارج شود)

تذکره: اگر زوج مرتب های $(x, y), (x, y')$ متعلق به تابع f باشند، داریم:

$$(x, y'), (x, y) \in f \Rightarrow y = y'$$

تذکره: این بدان معنی است که اگر دو زوج مرتب که دارای مؤلفه های اول یکسان باشند باید مؤلفه های دوم آن نیز با هم برابر باشند.

مثال: $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 3, 5, 7\}$ آن گاه کدام گزینه تابعی از A به B را نشان نمی دهد؟

$$f = \{(1, 3), (1, 5), (3, 1)\} \quad (2) \qquad f = \{(1, 3), (3, 5), (2, 7)\} \quad (1)$$

$$f = \{(1, 5), (2, 1), (3, 7)\} \quad (4) \qquad f = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1)\} \quad (3)$$

جواب: گزینه ۲ چون دو زوج مرتب $(1, 3), (1, 5)$ دارای مختص اول برابرند اما مختص دوم برابر نیستند.

مثال: اگر $A = \{7, 8, 9\}$ و $B = \{1, 3, 5\}$ آن گاه کدامیک از روابط زیر تابعی از A به B را نشان می دهد

$$f_1 = \{(7, 3), (8, 5), (9, 1)\} \qquad f_2, f_1 \quad (2) \qquad f_1 \quad (1)$$

$$f_2 = \{(7, 5), (8, 3)\} \qquad f_2, f_1 \quad (4) \qquad f_2, f_2, f_1 \quad (3)$$

$$f_3 = \{(7, 3), (8, 5), (8, 1)\}$$

$$f_4 = \{(7, 1), (8, 5), (9, 4)\}$$

f_2 برای هر $x \in A$ زوج مرتبی با مؤلفه اول x در f وجود داشته باشد (یعنی از مجموعه اول حتماً فلشی خارج شود)

چون $9 \in A$ ولی زوج مرتبی با مؤلفه اول ۹ در f وجود ندارد پس تابع نیست.

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

f_3 : دارای مختص اول برابر هستند پس تابع نیست .

f_4 : چون برد آن $\{1, 5, 4\}$ است در صورتی که باید از $\{1, 3, 5\}$ تشکیل شده باشد .

مثال : به ازای کدام مقدار b رابطه ی $R = \{(1, 3), (2, 4), (b, 3), (4, 3)\}$ تابع است؟

$$R - \{2, 4\} \quad (4) \quad R - \{3\} \quad (3) \quad R - \{2\} \quad (2) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } b = 1 \rightarrow R = \{(1, 3), (2, 4), (1, 3), (4, 3)\} \rightarrow \text{تابع است} \\ \text{if } b = 2 \rightarrow R = \{(1, 3), (2, 4), (2, 3), (4, 3)\} \rightarrow \text{تابع نیست} \\ \text{if } b = 4 \rightarrow R = \{(1, 3), (2, 4), (4, 3), (4, 3)\} \rightarrow \text{تابع است} \end{array} \right\} \Rightarrow b \neq 2$$

مثال : به ازای کدام مقدار m رابطه ی $R = \{(1, 5), (-2, 4), (4, 7), (-2, m^2 - 3m), (m + 5, 9)\}$ تابع

است؟

$$-4 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

$$(-2, 4), (-2, m^2 - 3m) \Rightarrow m^2 - 3m = 4 \rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \rightarrow \begin{array}{l} m = 4 \\ m = -1 \end{array}$$

$$\text{if } m = 4 \Rightarrow R = \{(1, 5), (-2, 4), (4, 7), (-2, 4), (9, 9)\} \rightarrow$$

$$\text{if } m = -1 \Rightarrow R = \{(1, 5), (-2, 4), (4, 7), (-2, 4), (4, 9)\} \rightarrow \times$$

مثال : به ازای کدام مقدار m رابطه ی $f = \{(1, -1), (2, 11), (3, 4), (2, 5m^2 + 6m)\}$ یک تابع است؟

$$-2 \quad (4) \quad \frac{11}{5} \quad (3) \quad -\frac{11}{5} \quad (2) \quad -1 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} (2, 11) \in f \\ (2, 5m^2 + 6m) \in f \end{array} \right\} \Rightarrow 5m^2 + 6m = 11 \Rightarrow 5m^2 + 6m - 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{11}{5} \end{cases}$$

که $m = -\frac{11}{5}$ در گزینه‌ها موجود است.

تمرین : رابطه ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع

است؟ (سراسری تجربی ۸۵)

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) هیچ مقدار m

تمرین : اگر $f = \{(1,2), (m,3), (1, m^2 + 1)\}$ ، به ازای چه مقدار m ، f یک تابع خواهد بود؟ (سراسری تجربی ۸۵)

(۱) +۱ (۲) -۱ (۳) ± 1 (۴) $m \in R$

تمرین : به ازای کدام مقدار a ، $f = \{(1,2), (a,3), (4,0), (4, a^2 - 1)\}$ ضابطه‌ی یک تابع است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۱ یا ۱ (۴) صفر

مثال : رابطه‌ی $R = \{(x, y) | x, y \in N, 2x + y \leq 7\}$ دارای چند زوج مرتب است؟ (خارج از کشور ریاضی - ۸۸)

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

x و y باید اعداد طبیعی باشند که در نامساوی $2x + y \leq 7$ صدق می‌کنند:

$$x, y \in N, 2x + y \leq 7 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1, 2, 3, 4, 5 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1, 2, 3 \\ x = 3 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

$$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1)\}$$

پس:

لذا مجموعه‌ی R ، ۹ عضو دارد.

مقدار تابع از روی زوج مرتب:

مثال : اگر $f = \{(2,4), (3,1), (4,-6)\}$ باشد حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $f(2) = 4$ ب) $f(4) = -6$ ج) $f(3) = 1$

مثال : اگر توابع f و g به صورت زیر باشند حاصل $g(f(1))$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) تعریف نشده

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$f = \{(1,2), (2,3), (5,6)\}$$

$$\begin{cases} g(f(1)) = g(2) = 4 \\ f(1) = 2 \end{cases}$$

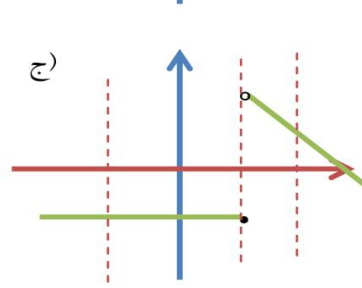
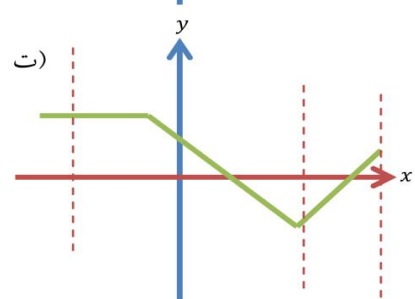
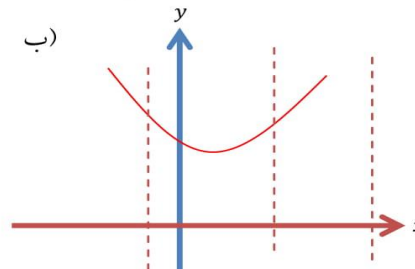
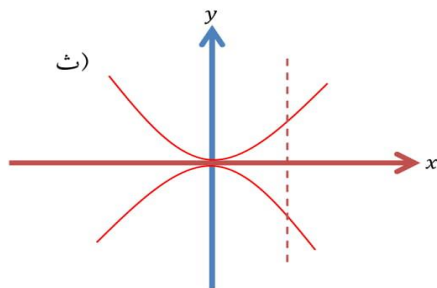
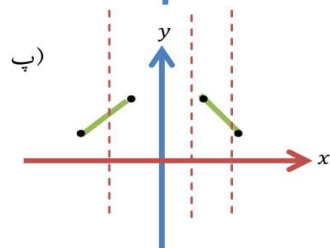
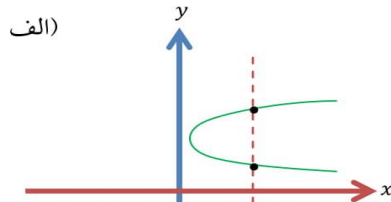
$$g = \{(3,5), (2,4), (1,5)\}$$

۳) تابع از دید نمودار مختصاتی

تشخیص تابع از روی نمودار مختصاتی

اگر هر خط قائم رسم کنیم و نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند تابع نیست (یعنی یا باید قطع نکند یا اگر قطع کرد در یک نقطه قطع کند تا تابع شود)

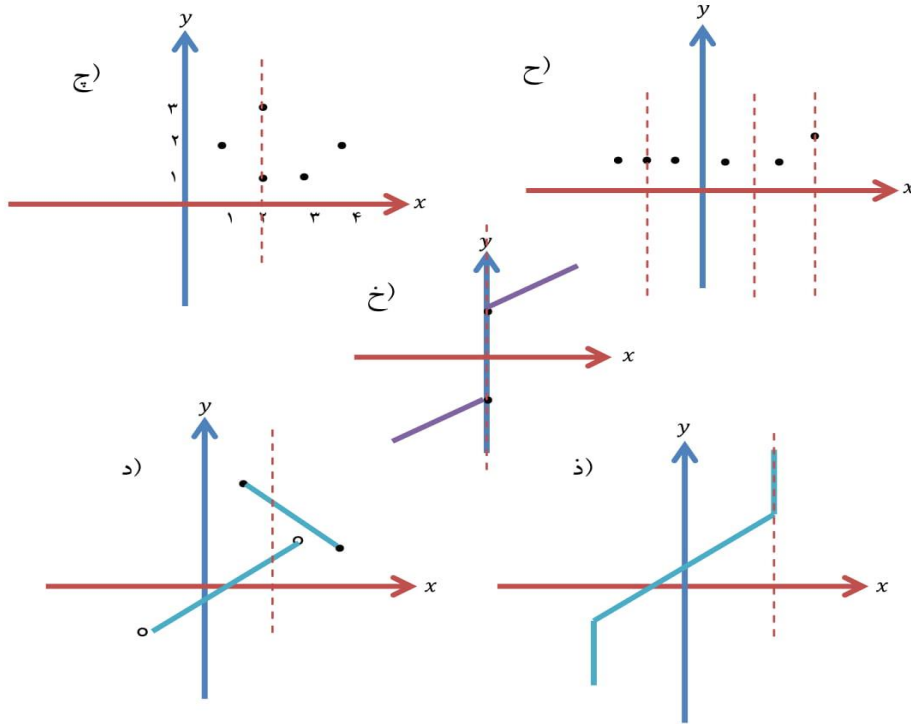
مثال : کدامیک از اشکال زیر یک تابع است؟



@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی



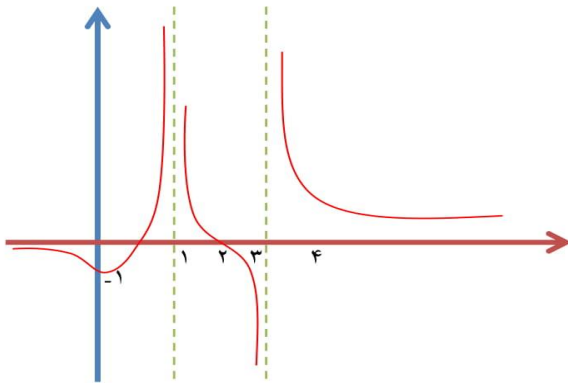
@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مقدار تابع از روی نمودار :

مثال : با توجه به نمودار حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.



الف) $f(0) = -1$

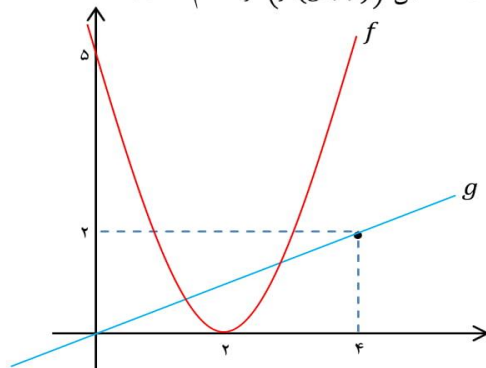
ب) $f(1) = 0$

پ) $f(2)$ = تعریف نشده

ت) $f(3) = 0$

ث) $f(4)$ = تعریف نشده

مثال : در شکل مقابل نمودار توابع f و g رسم شده است حاصل $f(f(g(4)))$ کدام است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

$$f(f(g(4))) = f(f(2)) = f(0) = 5$$

$$\begin{cases} g(4) = 2 \\ f(2) = 0 \end{cases}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

۴) تابع از نظر ضابطه (معادلات و توابع) :

معادلاتی که دارای دو متغیر مانند x و y هستند یک رابطه را نشان می دهند؛ مثلاً معادله $x + y = 2$ شامل همه زوج های مرتبی است که مجموع مؤلفه های آنها برابر ۲ است. نمودار این معادله یک خط است. این معادله را به صورت $y = -x + 2$ یا $f(x) = -x + 2$ نیز نمایش می دهند. بسیاری از توابع با یک معادله بیان می شوند، اما الزاماً یک معادله با دو متغیر بر حسب x و y یک تابع را مشخص نمی کند.

مثال: الف) در معادله $-x^2 + y = 4$ ، y را بر حسب x به دست آورید. آیا y تابعی از x است؟

حل: داریم $y = x^2 + 4$. این معادله یک سهمی را مشخص می کند که همان تابع $f(x) = x^2 + 4$ است.

ب) آیا در معادله $x - y^2 = 4$ ، y تابعی از x است؟

حل: اگر y را بر حسب x به دست آوریم داریم: $y = \pm\sqrt{x-4}$ به ازای $x = 5$ داریم: $y = \pm 1$. یعنی نقاط

$(5, 1)$ و $(5, -1)$ روی نمودار قرار دارند. بنابراین، چون این معادله دارای مؤلفه های اول یکسان است یک تابع را

نمایش نمی دهد.

تشخیص تابع از روی ضابطه:

معمولاً به x می دهیم اگر برای y بیشتر از یک مقدار بدست آمد ضابطه ی داده شده تابع نیست (معمولاً سه عدد $1, 0, -1$ را امتحان می کنیم اگر برای یکی از این سه عدد دو مقدار یا بیشتر برای y بدست آید تابع نیست).

تذکره: هر سه عدد $1, 0, -1$ راه جای x قرار می دهیم بایستی برای y یا جوابی نداشته باشیم یا اگر جواب داشتیم فقط یک جواب باشد در این صورت تابع است.

تذکره: اگر برای یکی از این سه عدد دو مقدار یا بیشتر برای y به دست آمد تابع نیست و نیازی به جایگذاری بقیه اعداد نداریم.

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\begin{array}{l}
 \text{جواب ندارد} \quad x = 1 \rightarrow y = \\
 \text{جواب ندارد} \quad x = 0 \rightarrow y = \\
 \text{جواب ندارد} \quad x = -1 \rightarrow y = \\
 \text{جواب ندارد} \quad x = 0 \rightarrow y =
 \end{array}$$

مجموع دو عبارت نامنفی همواره نامنفی است. رابطه تھی تابع است .

$$14) y^2 + 2y = x - 1 \xrightarrow{x=1} y = 0, -2 \quad \times$$

$$15) |x| + |y - 1| = 1 \xrightarrow{x=0} y = 0, 2 \quad \times$$

$$16) |y| + \sqrt{x} = 1 \xrightarrow{x=0} y = \pm 1$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مقدار تابع از روی ضابطه:
مثال : با استفاده از یک تابع خطی و با در دست داشتن طول استخر بازو (از آرنج تا شانه) می توان طول قد یک

انسان بزرگ سال را برآورد کرد:

$$M(x) = 2/89x + 70/64 \quad \text{تابع خطی برای مردان}$$

$$F(x) = 2/75x + 71/48 \quad \text{تابع خطی برای زنان}$$

 که در آنها x طول استخوان بازو بر حسب سانتی متر است .

الف) اگر طول استخوان بازوی یک مرد ۳۵ سانتی متر باشد، طول قد او چقدر است؟

$$M(3/5) = 2/8 \times 35 + 70/64 = 171/79$$

ب) اگر قد یک مرد ۱۸۵ سانتی متر باشد، طول استخوان بازوی او چقدر است؟

$$185 = 2/89 \times x + 70/64, \quad x = \frac{185 - 70/64}{2/89} = \frac{114/36}{2/89} \approx 39/57 \text{ cm}$$

تست : دو تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x} - 2$ و $g(x) = x + 1$ مفروض اند مقدار $f(g(3))$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

$$\begin{cases} f(g(3)) = f(4) = \sqrt{4} - 2 = 2 - 2 = 0 \\ g(3) = 3 + 1 = 4 \end{cases}$$

تست : اگر $f(x) = \sqrt{2 - x - x^2}$ مقدار $f(f(-1))$ کدام است؟

 ۱) تعریف نشده ۲) صفر ۳) یک ۴) $\sqrt{2}$

$$\begin{cases} f(f(-1)) = f(\sqrt{2}) = \sqrt{2 - \sqrt{2} - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2 - \sqrt{2} - 2} = \sqrt{-\sqrt{2}} \\ f(-1) = \sqrt{2 - (-1) - (-1)^2} = \sqrt{2 + 1 - 1} = \sqrt{2} \end{cases}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تست : اگر $f(x) = \sqrt{x + 2|x|}$ مقدار $f(f(-144))$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۸)

(۱) تعریف نشده ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

$$\begin{cases} f(f(-144)) = f(12) = \sqrt{12 + 2|12|} = \sqrt{12 + 24} = \sqrt{36} = 6 \\ f(-144) = \sqrt{-144 + 2|-144|} = \sqrt{-144 + 288} = \sqrt{144} = 12 \end{cases}$$

مثال : اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x}$ آن گاه $f(8)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۶)

۵ (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

$$f(8) = 3 + \sqrt{2 \times 8} = 3 + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

تست : در تابع با ضابطه $f(x) = ab^x$, $b > 0$ داریم $f(-2) = \frac{3}{32}$, $f(0) = \frac{3}{2}$ مقدار $f(\frac{3}{2})$ کدام است؟ (سراسری تجربی

۹۱ -

۶ (۱) (۳) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

تست : اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ (۱) (۴) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تابع چند ضابطه‌ای:

هرگاه رابطه‌ای با چند ضابطه بیان شد در صورتی آن رابطه تابع است که دارای شرایط زیر باشد:

- تک تک آن ضابطه‌ها در دامنه‌ی تعریفشان، تابع باشد.
- اشتراک دو به دو ضابطه‌ها تهی باشد.
- در صورتی که اشتراک فاصله‌های مطرح شده تهی نباشد (دامنه‌های آن‌ها) به ازای عضوهای آن فاصله مشترک y های تولید شده دو ضابطه با هم برابر باشند.

$$\text{با بیان ریاضی رابطه‌ی } f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \\ f_3(x) & x \in D_3 \end{cases} \text{ یک تابع است هرگاه:}$$

(۱) $f_1(x)$ و $f_2(x)$ و $f_3(x)$ خود در فاصله‌های D_1, D_2, D_3 تابع باشند.

$$(۲) D_1 \cap D_2 = D_2 \cap D_3 = D_1 \cap D_3 = \emptyset$$

(۳) اگر $D_1 \cap D_2 = [a, b]$ باشد به ازای هر عضو مانند t از فاصله‌ی $[a, b]$ رابطه‌ی $f_1(t) = f_2(t)$ برقرار باشد.

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 5 \\ 2x + a & x \geq 5 \end{cases}$ یک تابع باشد آن گاه مقدار a کدام است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۳۴ (۴) ۴

$$x^2 - 1 = 2x + a \xrightarrow{x=5} 5^2 - 1 = 2(5) + a \Rightarrow a = 14$$

مثال: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \\ x^3 & x \geq 2 \end{cases}$ ضابطه‌ی یک تابع باشد مقدار ab کدام است؟

در نقاط $x = 1$ و $x = 2$ تابع دارای دو ضابطه است بنابراین باید مقدار تابع در این نقاط با هر یک از ضابطه‌ها یکسان باشد پس:

$$\begin{aligned} x = 1 &\Rightarrow f(x) = (1)^2 - 1 = 0 = a + b \\ x = 2 &\Rightarrow f(x) = (2)^3 = 8 = 2a + b \end{aligned} \Rightarrow a = -8, b = -8 \Rightarrow a.b = (8)(-8) = -64$$

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x > 0 \\ 2, & x \leq 0 \end{cases}$ آنگاه $f(-f(x))$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۷

در تابع درجه‌ی دوم $y = ax^2 + bx + c$ اگر $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد، آنگاه عبارت همواره مثبت است.

به ازای همه‌ی مقادیر x داریم: $x^2 + x + 1 > 0$ از آن جا که 2 نیز عددی مثبت است، بنابراین همواره $-f(x) < 0$ ، پس

$$f(-f(x)) = 2$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تمرین: کدام یک از روابط زیر یک تابع است؟

$$1) f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \leq 1 \\ x^2 + 3x & x > 1 \end{cases}$$

$$2) g(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x^2 + 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3) h(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & x \leq 0 \\ 4x + 3 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$4) k(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \leq 1 \\ x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

مقدار توابع چند ضابطه ای:

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-x}} & x < 1 \\ 2x - \frac{2}{x} & x \geq 1 \end{cases}$ آن گاه حاصل $f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

$$\begin{cases} f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right) = f\left(\frac{2}{3}\right) = 2\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3 - \frac{2}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4} \\ f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{1-\frac{2}{3}}} = \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

تست: در تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & x > 3 \\ 2x + 3 & x \leq 3 \end{cases}$ مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۰)

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

$$\begin{cases} f(f(5)) = f(2) = 2(2) + 3 = 7 \\ f(5) = 5 - \sqrt{5+4} = 5 - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} f(f(1)) = f(5) = 5 - \sqrt{5+4} = 5 - 3 = 2 \\ f(1) = 2(1) + 3 = 5 \end{cases}$$

تست: در تابع ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{2} & , x < 1 \\ 2x - \sqrt{2} & , x \geq 1 \end{cases}$ مقدار $f(3 - \sqrt{2}) + f(3 - 2\sqrt{2})$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $-6\sqrt{2}$ (۴) $2 - 3\sqrt{2}$

$$\begin{cases} f(3 - \sqrt{2}) = 2(3 - \sqrt{2}) - \sqrt{2} = 6 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = 6 - 3\sqrt{2} & \text{I} \\ f(3 - 2\sqrt{2}) = (3 - 2\sqrt{2})(\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - 4 & \text{II} \end{cases} \quad \text{I, II} = 6 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4 = 2$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: تابع f در همه شرایط زیر صدق می کند. F را رسم کنید و ضابطه آن را بنویسید.

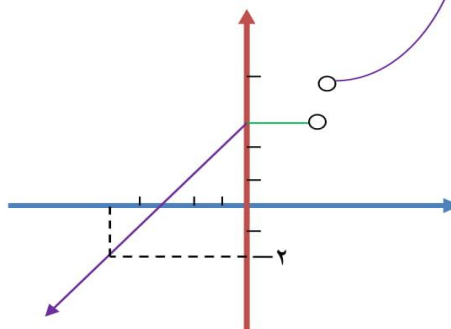
$$f(-5) = -2 \text{ و } f(2) = 3$$

(ب) f در بازه $[0, 2]$ ثابت است.

(پ) تابع f به هر عدد بزرگتر از ۲ مربع آن را نسبت می دهد.

(ت) تابع f برای اعداد منفی، خطی است و نمودار آن محور x ها را در نقطه ای به طول ۳- قطع می کند.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 2 \\ 3 & 0 \leq x \leq 2 \\ x + 3 & x < 0 \end{cases}$$



@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

نکته: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B، رابطه ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو A، دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می شود.

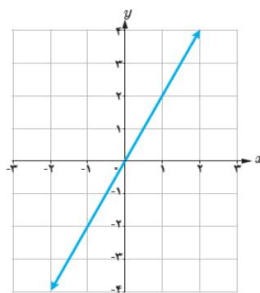
در تابع $f: A \rightarrow B$ ، A را دامنه تابع و B را هم دامنه تابع می نامند.

تذکر مهم: برد تابع f (مجموعه همه ی خروجی ها)، زیر مجموعه ای از هم دامنه ی B است.

برای مشخص بودن یک تابع باید **دامنه**، **هم دامنه** و **دستور یا قاعده ای** که نحوه ارتباط بین اعضای دامنه و اعضای هم دامنه را نشان می دهد معلوم باشد.

مثال: تابع f در شکل زیر تابعی است با دامنه R و هم دامنه R و ضابطه آن نیز $f(x) = 2x$ است. برای سادگی و اختصار این تابع را به صورت مقابل نمایش می دهند:

$$\left(f \text{ تابعی از } R \text{ به } R \text{ است.} \right) \quad \begin{cases} f: R \rightarrow R \\ f(x) = 2x \end{cases}$$



مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

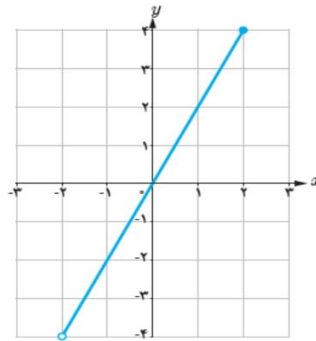
@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: تابع g در شکل زیر تابعی است با دامنه $[-2, 2]$ و هم دامنه $[-4, 4]$ و ضابطه آن نیز $g(x) = 2x$ است.

برای سادگی و اختصار این تابع را به صورت مقابل نمایش می دهند:



$$\begin{cases} g : (-2, 2] \rightarrow (-4, 4] \\ g(x) = 2x \end{cases}$$

تابع g را به صورت مقابل هم می توان معرفی کرد.

$$\begin{cases} g : (-2, 2] \rightarrow R \\ g(x) = 2x \end{cases}$$

همچنین تابع g را به صورت زیر هم می توان معرفی کرد.

$$\begin{cases} g : (-2, 2] \rightarrow (-5, 6] \\ g(x) = 2x \end{cases}$$

در هر سه نمایش اخیر تابع g ، دامنه مجموعه $[-2, 2]$ و ضابطه آن $g(x) = 2x$ است. در نمایش اول g ،

هم دامنه $[-4, 4]$ است که همان برد تابع است. یعنی برد و هم دامنه تابع می توانند یکی باشند. در نمایش دوم g ،

هم دامنه R در نظر گرفته ایم. و در نمایش سوم g ، هم دامنه $[-5, 6]$ است.

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

نکته: هم دامنه تابع را می توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت. به عبارت دیگر برد باید زیر مجموعه ی هم دامنه باشد. اما عکس این مطلب درست نیست.

تست: برای تابع $\begin{cases} f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow [0, \infty) \\ f(x) = x^2 \end{cases}$ کدام یک از نمایش های زیر قابل قبول است؟

الف) $\begin{cases} f: R \rightarrow R \\ f(x) = x^2 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow [0, \frac{1}{9}] \\ f(x) = x^2 \end{cases}$

ج) $\begin{cases} f: R \rightarrow [0, \infty) \\ f(x) = x \end{cases}$

د) $\begin{cases} f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow R \\ f(x) = x^2 \end{cases}$

گزینه الف اشتباه است چون دامنه $[0, \frac{1}{3}]$ است و در اینجا دامنه را R در نظر گرفته (دامنه را نمی توان تغییر داد)

گزینه ب اشتباه است چون برد تابع $f(x) = x^2$ با توجه به دامنه داده شده برابر $[0, \frac{1}{9}]$ است و برد باید زیر مجموعه هم دامنه باشد.

گزینه ج اشتباه است چون ضابطه تابع $f(x) = x^2$ است که آن را به $f(x) = x$ تغییر داده است. (ضابطه را نمی توان تغییر داد).

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

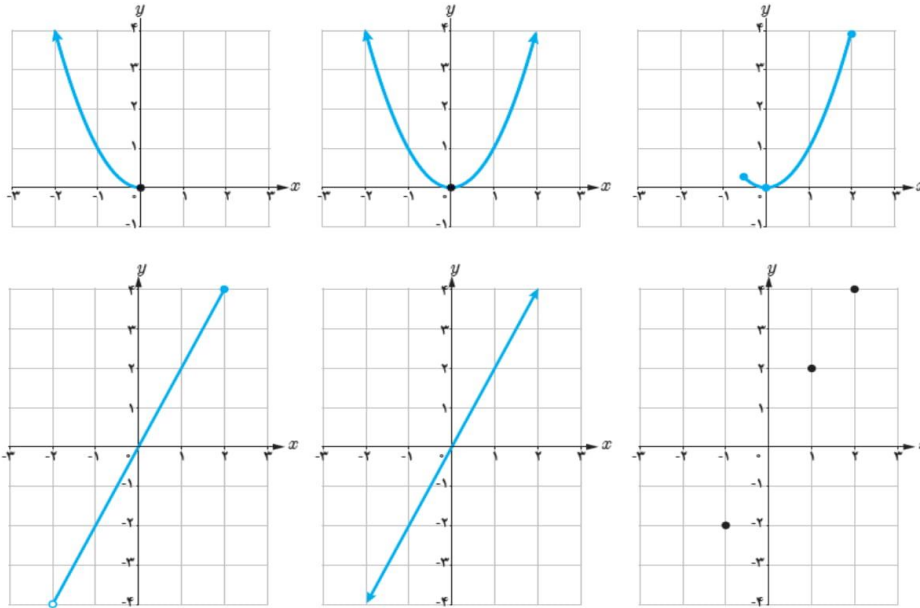
@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تمرین: با توجه به توابع داده شده در جدول زیر، مشخص کنید هر نمودار مربوط به کدام تابع است.

تابع	$f(x) = 2x$	$g(x) = 2x$	$h(x) = 2x$	$t(x) = x^2$	$s(x) = x^2$	$k(x) = x^2$
دامنه تابع	\mathbb{R}	$\{-1, 1, 2\}$	$(-2, 2]$	\mathbb{R}	$(-\infty, 0]$	$[-\frac{1}{2}, 2]$
هم دامنه	\mathbb{R}	$\{-2, 2, 1, 4\}$	$(-5, 4]$	$[0, \infty)$	$[-2, \infty)$	$[0, \infty)$
برد تابع	\mathbb{R}	$-2, 2, 4$	$(-4, 4]$	$[0, \infty)$	$[0, \infty)$	$[0, 4]$



@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

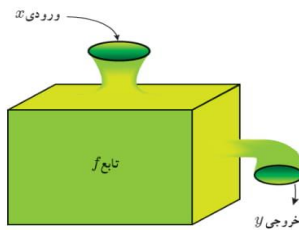
حبیب هاشمی

تابع به عنوان یک ماشین

می توان تابع را همچون ماشینی در نظر گرفت که یک ورودی را دریافت می کند و در ازای آن فقط یک خروجی تحویل می دهد.

تذکر: ورودی ها از دامنه داده می شوند و خروجی ها به برد تعلق دارند.

تذکر: برای هر ورودی دقیقاً یک خروجی وجود دارد (البته ممکن است چند ورودی مختلف خروجی یکسانی داشته باشند).



متغیر وابسته و متغیر مستقل

اگر x عنصری دلخواه از دامنه f و y نمایش خروجی نظیر آن باشد، x را متغیر مستقل و y را متغیر وابسته می نامند.

در این صورت می نویسیم: $y = f(x)$

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: فرض کنید ماشین f به عنوان ورودی، اعداد (حقیقی) را قبول می کند و پس از دریافت هر عدد، آن را سه برابر و سپس ۵ واحد به آن اضافه می کند. در این صورت به ازای ورودی ۱۰، خروجی ۳۵ را می دهد. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) ماشین به ازای ورودی ۲-، چه خروجی خواهد داشت؟-۱

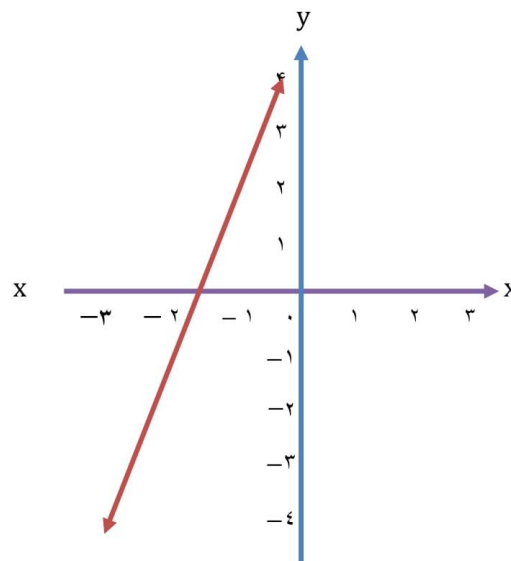
ب) اگر خروجی ماشین ۴ باشد ورودی آن چقدر بوده است؟

$$3x + 5 = 4 \rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

پ) نمایش تابع به صورت $f: R \rightarrow R$ است.
 $f(x) = 3x + 5$

ت) نمودار تابع را رسم و دامنه و برد آن را معلوم کنید.

D = R برد: R



مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تساوی دو تابع:

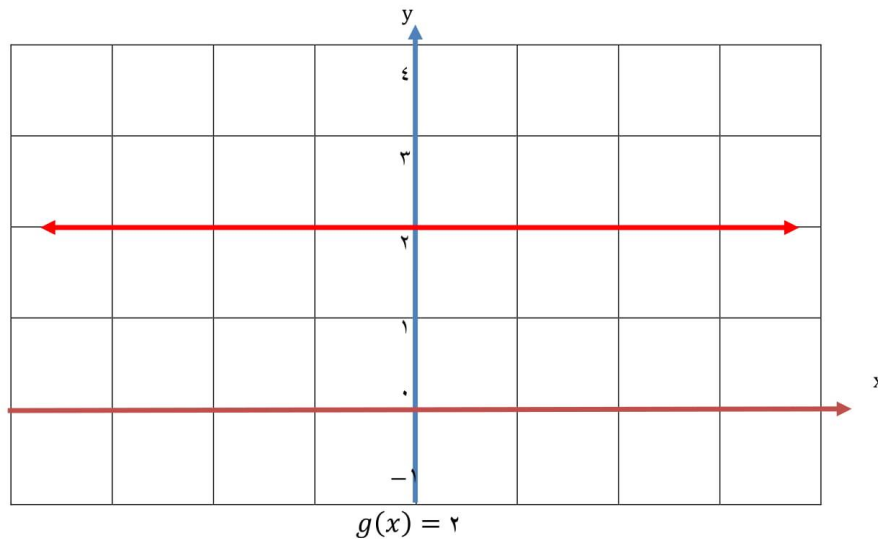
دو تابع f و g را برابر نامیم هرگاه:

الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.

ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

نکته: در صورتی که نمودار دو تابع مساوی را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم ، نمودارهای آنها کاملاً بر هم منطبق می شود.

به نمودار دو تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x}{x}$ و $g(x) = 2$ دقت کنید.

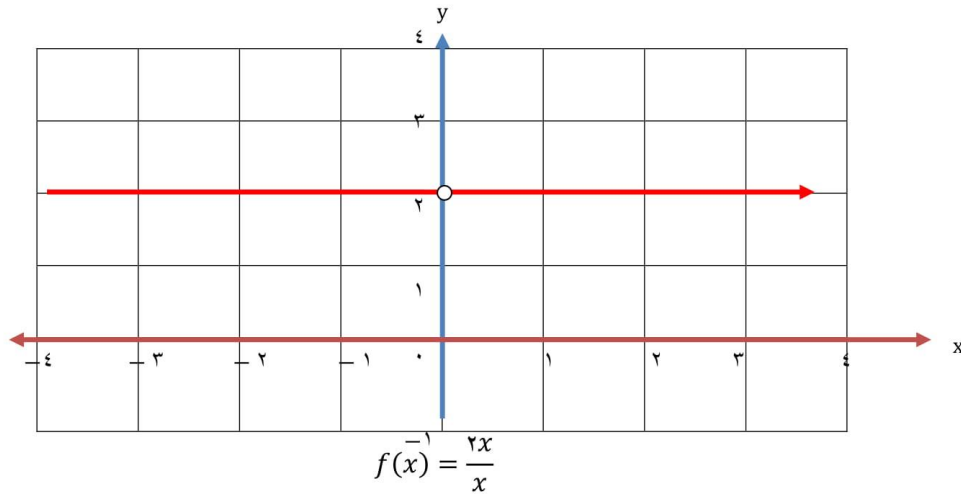


مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی



می بینیم که نمودارهای این دو تابع کاملاً روی هم منطبق نیستند. در واقع با اینکه ضابطه دو تابع شبیه هم هستند و داریم:

$$f(x) = \frac{2x}{x} \qquad g(x) = 2$$

ولی دامنه دو تابع با هم متفاوت اند، زیرا داریم:

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

بنابراین این دو تابع با هم برابر نیستند.

تذکر: همیشه به یاد داشته باشید که قبل از ساده کردن ضابطه توابع گویا، دامنه تابع را حساب کنید.

مثال: آیا دو تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ با هم برابر هستند، چرا؟

دامنه ی این دو تابع برابر است:

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

همچنین ضابطه ی دو تابع در دامنه ی مشترکشان یکی است.

$$f(x) = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x} \quad x \neq 0 \Rightarrow f(x) = g(x) = \frac{1}{x}$$

بنابراین این دو تابع با هم برابرند.

مثال : در هر مورد آیا دو تابع داده شده با هم برابر است؟

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}, g(x) = |x|$$

این دو تابع با هم برابر نیستند زیرا نه دامنه ی برابر دارند و نه ضابطه ی برابر دارند.

$$\text{ب) } f(x) = x - 2 \quad D_f = \mathbb{R}, g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} \quad D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$$

می دانیم دامنه ی این دو تابع عبارت است از:

با وجود این که اگر $g(x)$ را ساده کنیم ضابطه ی آن با ضابطه ی $f(x)$ برابر می شود اما چون دامنه ها برابر

نیستند نمی توانیم بگوییم که دو تابع برابر هستند.

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)} = x - 2$$

مثال : تابع های $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = |x|$ با هم برابرند ولی تابع های $f(x) = \frac{x}{x}$ و $g(x) = 1$ برابر

$$D_g = \mathbb{R} \quad D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad \text{چون } D_f \neq D_g \text{ نیستند.}$$

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال : کدام یک از توابع داده شده زیر با هم برابرند؟ دلیل بیاورید:

۱) $f = \{(1,2), (5,7)\}$

$g = \{(1,7), (5,2)\}$

$\rightarrow f(1) \neq g(1) \leftarrow \text{اما } D_f = D_g$

۲) $f = \{(a, b), (c, d)\}$

$g = \{(c, d), (a, b)\} \rightarrow f$ و g برابرند

۳) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x \end{cases}$

$\begin{cases} g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = 3x \end{cases} \rightarrow D_f \neq D_g$

۴) $f(x) = x|x|$

$g(x) = x^2$

$\rightarrow f(-1) \neq g(-1) \leftarrow \text{اما } D_f = D_g$

۵) $f(x) = 4x$

$g(x) = \frac{8x}{y} \rightarrow f$ و g برابرند

تست : در کدام گزینه دو تابع برابرند؟

$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{|x|} \\ g(x) = |x| \end{cases}$ (۴)

$\begin{cases} f(x) = (\sqrt{x})^2 \\ g(x) = x \end{cases}$ (۳)

$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{|x|} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \end{cases}$ (۲)

$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2} \\ g(x) = x \end{cases}$ (۱)

حل) در گزینه‌ی (۱) $f(x) = \sqrt{x^2} = |x|$ و $g(x) = x$ که برابر نیستند.

در گزینه‌ی (۲) $f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 & x > 0 \\ \frac{x}{-x} = -1 & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 & x > 0 \\ \frac{x}{-x} = -1 & x < 0 \end{cases}$

پس $f(x) = g(x)$

در گزینه‌ی (۳) $f(x) = (\sqrt{x})^2 = x$ ولی دامنه‌ی $x \geq 0$ است به همین دلیل با $g(x) = x$ که دامنه‌ی آن اعداد حقیقی است،

مبحث: درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

برابر نیست.

در گزینه‌ی (۴) $f(x) = \frac{x^2}{|x|} = \frac{|x|^2}{|x|} = |x|$ ولی دامنه‌ی آن $x \neq 0$ است که به همین دلیل با $g(x) = |x|$ که دامنه‌ی آن اعداد حقیقی است برابر نیست گزینه‌ی (۲) صحیح است.

تست: به ازای کدام مقادیر a دو تابع $g(x) = 1$ و $f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 + ax + 2}$ مساوی هستند؟

(۱) $|a| \neq 2$ (۲) $|a| < 2\sqrt{2}$ (۳) $|a| > \sqrt{2}$ (۴) همه مقادیر a

باید در تابع $f(x)$ مخرج فاقد ریشه باشد، یعنی این که:

$$\Delta < 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 8 < 0 \Rightarrow |a| < 2\sqrt{2}$$

تست: توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ و $g(x) = x - 2$ مساوی‌اند، مقدار عددی a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

دامنه‌ی تابع f عبارتست از: $D_f = (R - \{0\}) \cup \{0\} = R$ و $D_g = R$

چون برای هر $x \in R$ ، $f(x) = g(x)$ پس $f(0) = g(0)$ و چون $f(0) = a$ و $g(0) = 0 - 2 = -2$ پس $a = -2$

تمرین: تابع‌های مساوی را مشخص کنید.

$$\begin{cases} f: R \rightarrow R \\ f(x) = |x| \end{cases} \quad \begin{cases} r: [0, +\infty) \rightarrow R \\ r(a) = \Delta n \end{cases}$$

$$\begin{cases} g: R \rightarrow R \\ g(x) = \Delta x \end{cases} \quad \begin{cases} s: R \rightarrow R \\ s(a) = \Delta a \end{cases}$$

$$\begin{cases} h: R \rightarrow R \\ h(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} t: R - \{0\} \rightarrow R \\ t(x) = \Delta x \end{cases}$$

مثال: نشان دهید که در حالت کلی نمی‌توان گفت: اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با یکدیگر برابر

باشند، دو تابع برابرند.

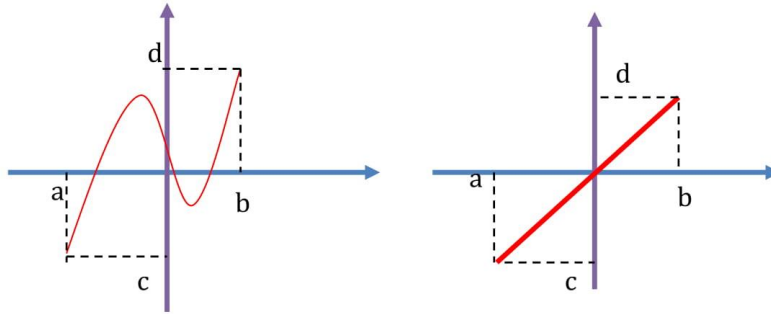
در دو شکل زیر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با یکدیگر برابر باشند، اما با هم برابر نیستند.

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

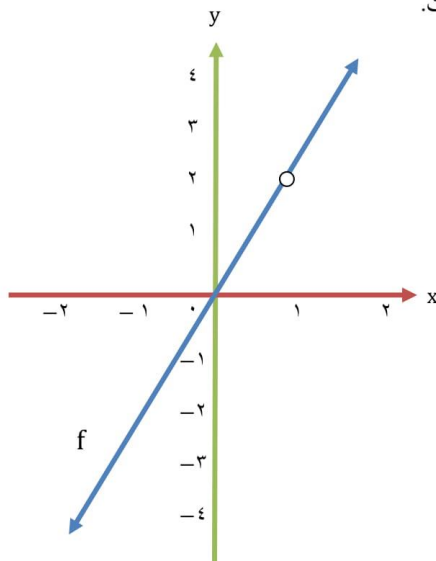


نکته: اگر نمودار های دو تابع در یک دستگاه مختصات داده شده باشند، هنگامی این دو تابع با هم برابرند که نمودار های آنها کاملاً بر هم منطبق شوند.

مثال: به نمودار تابع f دقت کنید. آیا می توان تابعی مثل g یافت که با f برابر باشد ولی $D_f \neq D_g$ ؟

با توجه به شکل دامنه ی تابع f عبارت است از $D_f = R - \{1\}$ بنابراین دامنه ی آن با دامنه ی تابع $D_g = R$

$\{2\}$ برابر نیست و بنا به تعریف نمی توان چنین تابعی یافت.



@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

درس ۲: انواع توابع

توابع گویا

هر تابع به شکل $f(x) = \frac{p(x)}{Q(x)}$ را یک تابع گویا می نامیم ، که در آن $P(x)$ و $Q(x)$ چند جمله ای هستند و چند جمله ای $Q(x)$ صفر نیست.

توابع زیر همگی گویا هستند:

$$f(x) = \frac{5}{x+2} \quad g(x) = \frac{\frac{1}{3}x - 4}{x^2 - 7x + 1} \quad h(x) = \frac{\sqrt{5x} + 2}{x^3 + 1}$$

دامنه ی توابع گویا

دامنه یک تابع گویا مجموعه همه مقادیری است که به ازای آنها، عبارت جبری گویای نمایش دهنده ضابطه تابع، تعریف شده باشد؛ مثلاً دامنه تابع $f(x) = \frac{5}{x+2}$ مجموعه $R - \{-2\}$ است. دامنه f را با D_f نمایش می دهیم.

قرار داد: اگر ضابطه تابعی داده شده باشد اما دامنه آن صریحاً گفته نشده باشد، بزرگترین مجموعه ای که آن تابع در آن قابل تعریف است، به عنوان دامنه در نظر گرفته می شود.

برای تعیین دامنه ی توابع گویا باید ریشه های مخرج کسر را بیابیم و آنها را از R حذف کنیم

$$D_f = R - \{\text{ریشه های مخرج}\}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: دامنه توابع زیر را به دست آورید.

۱) مثال $f(x) = \frac{x-1}{2-x} \rightarrow 2-x=0 \rightarrow x=2 \rightarrow D_f = R - \{2\}$

۲) مثال $f(x) = \frac{-3x}{x^2+1} \Rightarrow x^2+1=0 \rightarrow x^2=-1 \rightarrow$ ریشه ندارد $\Rightarrow D_f = R - \{\} = R$

۳) مثال $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+x-12} \quad (x+4)(x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=3 \end{cases}, D_f = R - \{-4, 3\}$

۴) مثال $y = \frac{x-2}{x^2-5x+4} \rightarrow x^2-5x+4=0 \rightarrow x=1, 4 \rightarrow D_y = R - \{1, 4\}$

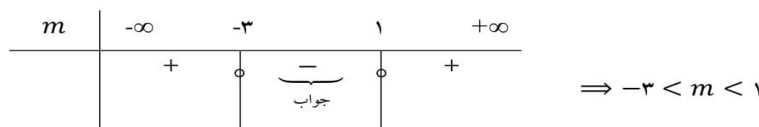
۵) مثال $y = \frac{x^2-1}{x^2-4x} \Rightarrow x^2-4x=0 \rightarrow x(x^2-4)=0 \Rightarrow x=0, \pm 2 \Rightarrow D_y = R - \{0, \pm 2\}$

مثال: اگر دامنه ی تابع $y = \frac{4x+1}{x^2+(m+1)x+1}$ مجموعه اعداد حقیقی باشد حدود مقادیر m کدام است؟

۱) $-3 < m < 1$ ۲) $1 < m < 3$

۳) $-3 < m < -1$ ۴) $-3 \leq m \leq 1$

$\Delta < 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(1)(1) < 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4 < 0 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Rightarrow$



مثال: اگر دامنه ی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+(a+1)x+b}$ برابر $R - \{-2\}$ باشد آن گاه حاصل $2a + 3b$ کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۳۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

$x = -2$ بایستی ریشه ی مضاعف مخرج باشد

$(x+2)^2 = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$

مبحث: درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 \\ x^2 + (a+1)x + b = 0 \end{cases} \rightarrow (a+1) = 4 \rightarrow a = 3, \quad b = 4$$

مثال: چند عدد صحیح در دامنه ی تابع $f(x) = \frac{\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1}}{\frac{x-1}{x+1}}$ حضور ندارند؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$\frac{2}{x+1} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{2}{x+1} = 1 \rightarrow x + 1 = 2 \rightarrow x = 1$$

دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ برابر $R - \{0\}$ است، اما ممکن است دامنه را به مجموعه های دیگر محدود کنیم.

مثال: مشخص کنید که هر نمودار زیر متناظر با کدام تابع است؟

$$\begin{cases} f: N \rightarrow R \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

(الف)

$$\begin{cases} g: R^+ \rightarrow R \\ g(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

(ب)

$$\begin{cases} h: \{1, 2, 3\} \rightarrow R \\ h(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

(پ)

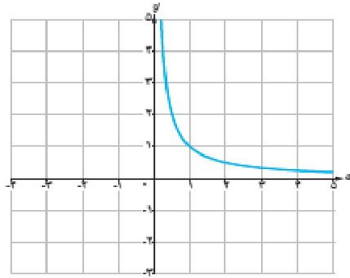
$$\begin{cases} t: R - \{0\} \rightarrow R \\ t(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

(ت)

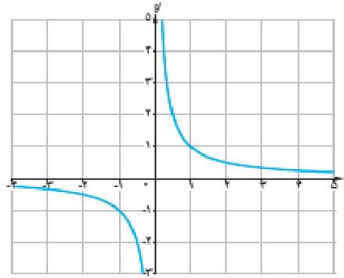
@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

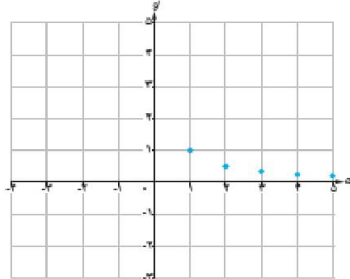
حبیب هاشمی



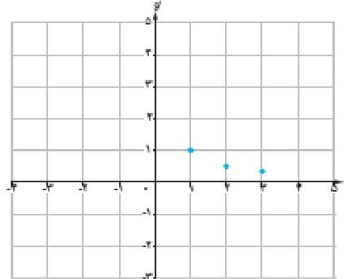
ب



ت



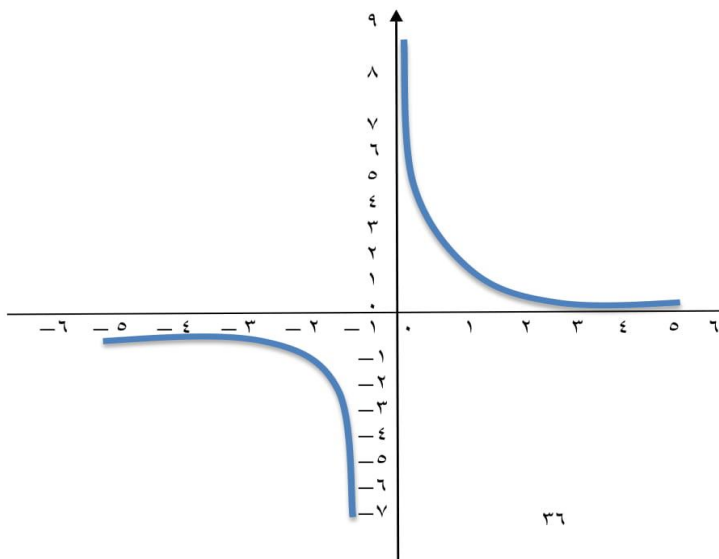
الف



پ

مثال: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x}$ و دامنه $D_f = [-5, 5]$ را رسم کنید.

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad D_f = [-5, 5]$$



@eshgheriazikonkour

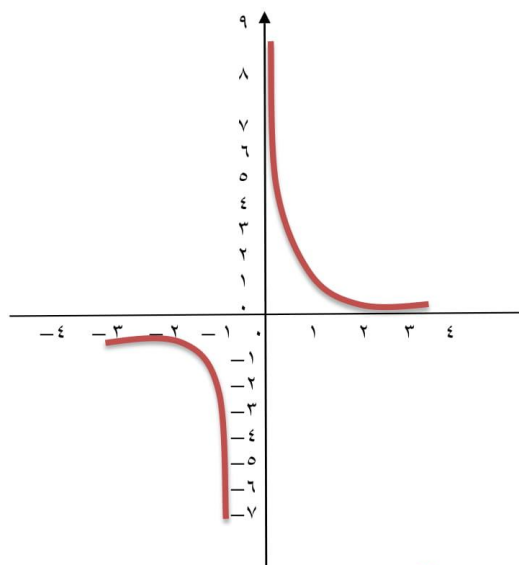
۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

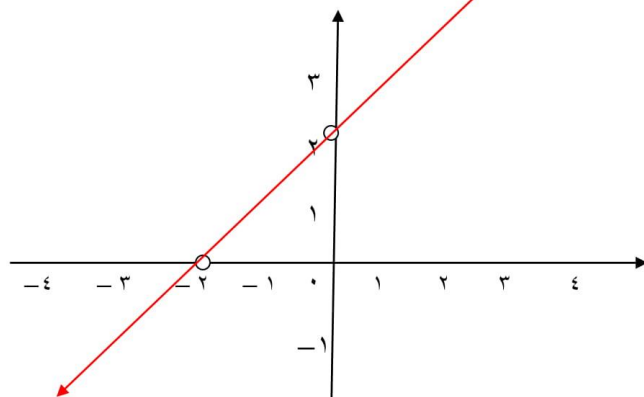
مثال: تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad D_f = [-۳, ۳]$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad D_f = [-۳, ۳]$$



مثال: ضابطه تابع داده شده در شکل روبه رو را بنویسید.



مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

اگر معادله ی این خط را بدون این که نقاط توخالی را در نظر بگیریم بنویسیم داریم: $y = \frac{x+2}{3}$ اما می دانیم که در

$x = 2$ و $x = -2$ این تابع تعریف نمی شود پس می توانیم صورت و مخرج کسر را در $(x-2)(x+2) =$

$(x^2 - 4)$ ضرب کنیم . بنابراین داریم:

$$y = \frac{(x+2)(x^2-4)}{2(x^2-4)} = \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{2x^2 - 8}$$

مثال: تابعی گویا بنویسید که دامنه اش برابر $R - \{-1\}$ شود.

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

مثال: اگر تعداد افرادی که ، طی یک مدت معین، به وسیله یک نوع ویروس آلوده می شوند با دستور $n(t) =$

به دست آید که در آن $t > 0$ زمان بر حسب ماه است:

$$\frac{9500t - 2000}{4+t}$$

الف) تعداد افرادی که در انتهای ماه پنجم آلوده شده اند چقدر است؟

$$n(5) = \frac{9500 \times 5 - 2000}{4 + 5} = \frac{47500 - 2000}{9} = \frac{45500}{9} = 5055 \text{ نفر}$$

ب) پس از چند ماه تعداد افراد آلوده به ۵۵۰۰ نفر خواهد رسید؟

$$5500 = \frac{9500t - 2000}{4 + t} \rightarrow 22000 + 5500t = 9500t - 2000 \Rightarrow 20000 = 4000t \rightarrow t = 5$$

مثال: هزینه پاک سازی x درصد از آلودگی های شهری و صنعتی از رودخانه ای، به وسیله تابع $f(x) = \frac{255x}{100-x}$

محاسبه می شود که در آن x درصد آلودگی و $f(x)$ هزینه پاک سازی بر حسب میلیون تومان است.

الف) هزینه پاک سازی ۵۰٪ از آلودگی این رودخانه چقدر است؟

$$\frac{255 \times 50}{100 - 50} = 255 \text{ میلیون}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ب) دامنه این تابع در این حالت (واقعی) را به کمک یک بازه نمایش دهید.

$$x < 100 \quad x > 0 \quad (-\infty, 100)$$

توابع رادیکالی (تابع ریشه دوم)

تابعی را که هر عدد نامنفی

جهت تهیه ی ادامه این جزوه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس دربرگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

تدریس خصوصی و مبحثی ریاضیات

متوسطه

و

تضمینی کنکور

تهران و کرج

استاد : حبیب هاشمی

همکلاسی

Hamkela.si.ir

مبحث : درسنامه و تست فصل دوم حسابان یازدهم

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی